

Estabilidad Permanente

Un sistema eléctrico de potencia usualmente enfrenta cambios en el torque acelerante, lo que genera impactos en la dinámica del sistema. Estas perturbaciones normalmente son de pequeña señal "**estabilidad permanente**". Los sistemas eléctricos de potencia están diseñados para soportar estas perturbaciones, que son resultado de variaciones pequeñas en las cargas conectadas. La corrección de estas perturbaciones es realizada por los sistemas de control del sistema eléctrico, como el **gobernador**, el estabilizador de sistema de potencia (**PSS**) y el regulador automático de voltaje (**AVR**).

La estabilidad permanente es la habilidad del sistema eléctrico de potencia para mantener el sincronismo, después de haber sido sometido a pequeñas perturbaciones. Un estudio de estabilidad permanente es comúnmente realizado por medio de linealizaciones ya que los cambios en la dinámica son muy pequeños.

Torque Sincronizante y Torque Amortiguante

En sistemas eléctricos de potencia el cambio de torque eléctrico en una maquina síncrona luego de una perturbación se descompone en dos componentes:

Ecuación 1.

Toque Eléctrico Linealizado Producido por una Máquina Síncrona

$$\Delta\tau_e = \tau_s \Delta\delta + \tau_D \Delta\omega$$

Donde:

$\tau_s \Delta\delta$ Representa la componente de torque en fase con la perturbación del Angulo del rotor y es denominado como torque sincronizante.

$\tau_D \Delta\omega$ Representa la componente de torque en fase con la desviación de velocidad y es denominado como torque Amortiguante.

El problema de estabilidad permanente es prácticamente oscilatorio lo que implica la presencia de un torque Amortiguante negativo y un torque sincronizante positivo, Figura 4.

Representación en Espacios de Estados de un Sistema Eléctrico de Potencia

Los sistemas eléctricos de potencia se consideran autónomos, ya que sus variables de estado no dependen explícitamente del tiempo. Un punto de equilibrio en un sistema autónomo es una solución constante, lo que significa que su derivada es cero.

Para analizar la estabilidad permanente, es posible linealizar las ecuaciones debido a las pequeñas variaciones en el ángulo δ . Partiendo del punto de equilibrio, se tiene:

$$\dot{X}_0 = f(x, u) = 0$$

Cualquier función puede expresarse como un punto inicial más una variación.

$$x = x_0 + \Delta x$$

Al derivar las variables de estado se obtiene:

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \Delta \dot{x}$$

Aplicando una linealización mediante la serie de Taylor, se obtiene la representación en el espacio de estados linealizados:

Ecuación 2.

Ecuaciones de Estado Linealizadas

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u$$

$$\Delta y = C \Delta x + D \Delta u$$

Las matrices A, B, C y D se definen a continuación:

Ecuación 3.

Matrices de Estado

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

Solución Modal de un Espacio de Estados Linealizado

En los estudios de estabilidad permanente de sistemas eléctricos de potencia, es común emplear un análisis modal. Este se obtiene aplicando aproximaciones lineales a un sistema eléctrico de potencia, con el fin de resolver sus ecuaciones diferenciales de manera sencilla, ya que las perturbaciones en sus variables de estado son pequeñas.

Una vez realizada la linealización de dichos sistemas, es posible llevar a cabo el análisis modal mediante la obtención de sus valores y vectores propios. Estos permiten desacoplar las ecuaciones diferenciales y expresar las soluciones como una combinación lineal de modos asociados a las variables de estado del sistema. De este modo, se pueden realizar estimaciones precisas basadas en la ponderación de los distintos modos obtenidos.

Partiendo de las ecuaciones de estado ecuación 15, y considerando su solución homogénea se obtiene:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x$$

Rescribiendo el vector de estados por medio de su matriz de vectores propios derechos:

Ecuación 4.

Sustitución del Vector de Estados Linealizados, por su Matriz de Vectores Propios Derechos

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Phi Z \\ \Delta x(t) &= [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \dots \ \Phi_n] \begin{bmatrix} Z_1(t) \\ Z_2(t) \\ \vdots \\ Z_n(t) \end{bmatrix} \\ \Delta x(t) &= \sum_{i=1}^n \Phi_i Z_i(t) \\ \Delta \dot{x} &= \Phi \dot{Z} = A \Delta x \\ \Phi \dot{Z} &= A \Phi Z\end{aligned}$$

Despejando \dot{Z} de la ecuación matricial anterior, obtenemos un nuevo sistema de variables de estado con ecuaciones diferenciales desacopladas lineales de primer orden:

$$\dot{Z} = \Phi^{-1} A \Phi Z$$

$$\Lambda = \Phi^{-1}A\Phi$$

Ecuación 5.

Matriz de Estados Auxiliar con Ecuaciones Diferenciales Desacopladas

$$\dot{Z} = \Lambda Z$$

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \vdots \\ \dot{Z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}$$

Solución para la ecuación diferencial “n”, tomada del espacio auxiliar de estados anterior:

$$\dot{Z}_n = \lambda_n Z_n$$

$$Z_n(t) = Z_n(0)e^{\lambda_n t}$$

Remplazando la solución anterior en la sustitución Matricial ecuación 17:

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i Z_i(0) e^{\lambda_i t}$$

Despejando Z de la ecuación 17:

$$Z(t) = \Phi^{-1} \Delta x(t)$$

En base a la relación matricial de vectores propios de una matriz, se obtiene la ecuación de espacios de estados auxiliar en base a la matriz de vectores propios derechos:

$$\Phi^{-1} = \Psi$$

$$Z(t) = \Psi \Delta x(t) = Z_i(0) = \Psi_i \Delta x_i(0)$$

$$\Psi_i \Delta x_i(0) = C_i = Z_i(0)$$

Final mente se obtiene la solución como una combinación lineal de modos para, el espacio de estados de un sistema eléctrico de potencia, en base a sus valores propios izquierdos y derechos.

Ecuación 6.

Solución Modal para un Espacio de Estados Linealizado

$$\Delta x(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i C_i e^{\lambda_i t}$$

Solucionando la ecuación anterior, para el termino “i’:

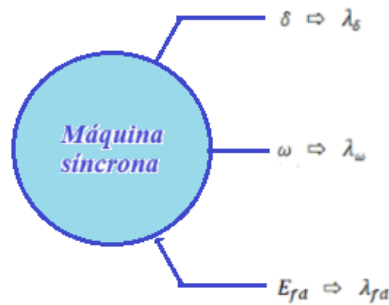
$$\Delta x_i(t) = \Phi_{i1}C_1e^{\lambda_1t} + \Phi_{i2}C_2e^{\lambda_2t} + \dots + \Phi_{in}C_ne^{\lambda_nt}$$

Análisis Modal Para Estudios de Estabilidad Permanente

Toda máquina síncrona tiene asociada sus respectivas variables de estado; $\delta, \omega, E_{fd}, \dots$ a las cuales le corresponde su propio valor propio ; $\lambda_\delta, \lambda_\omega, \lambda_{E_{fd}}, \dots$ que a sus ves se descompone en sus vectores propios izquierdos y derechos.

Figura 1.

Variables de Estado Principales y Valores Propios de una Máquina Síncrona



Nota: Representación gráfica de una maquina síncrona y algunas variables de estado. Elaboración propia.

De la ecuación 19, se deduce la ecuación para el Angulo del par “ δ ”, de una máquina síncrona como una combinación lineal modal:

$$\Delta\delta(t) = \text{Modo}_1 + \text{Modo}_2 + \text{Modo}_3 + \dots$$

$$\Delta\delta(t) = \Phi_{\delta 1}C_1e^{\lambda_\delta t} + \Phi_{\omega 2}C_2e^{\lambda_\omega t} + \Phi_{E_{fd} 3}C_3e^{\lambda_{E_{fd}} t} + \dots$$

De la ecuación anterior se puede hacer un análisis de estabilidad permanente teniendo en cuenta sus valores y vectores propios:

Los valores propios son números que pertenecen al plano complejo.

$$\lambda = \gamma + j\omega_n$$

Todo autovalor propio cuenta con su respectivo valor propio conjugado.

Un valor propio con parte imaginaria igual a cero corresponde a un modo no oscilatorio, de lo contrario será un modo oscilatorio.

La parte real de un valor propio positiva corresponde a inestabilidad del sistema, mientras una componente negativa corresponde a un modo estable.

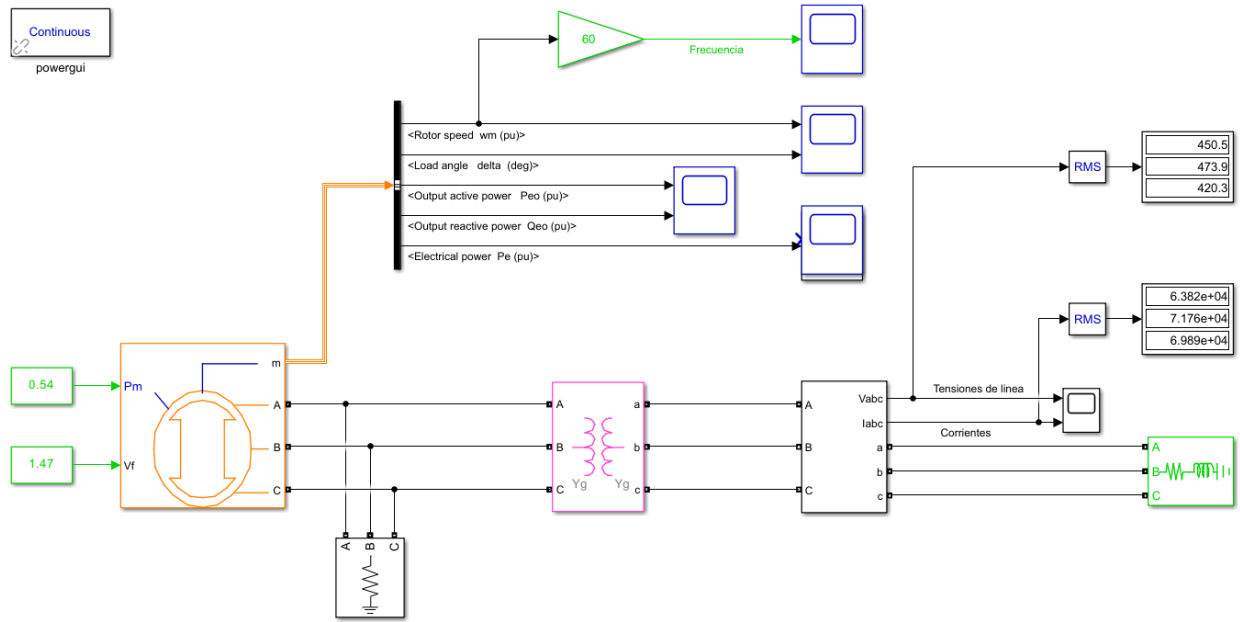
El producto constante $\Phi_{\delta i} C_i$, corresponde a la ponderación matemática aportada por dicho modo en el sistema.

Estabilidad Permanente y Control de un Sistema de Potencia con Barra Única en Simulink Matlab

Como es debido, hemos estado trabajando en un modelo preestablecido en Simulink dentro del entorno de Matlab incorporando las modificaciones pertinentes para validar el tipo de estudio en cuestión. A continuación, se presenta el modelo con los parámetros especificados en la [Tabla 2](#), a excepción de aquellos correspondientes a la carga de gran perturbación, ya que no se aplican en este caso véase [Figura 10](#). Posteriormente, se procederá a realizar un análisis de estabilidad en régimen permanente, según lo descrito anteriormente. Además, se representará el sistema mediante un diagrama de bloques en Simulink dentro del entorno de Matlab, con el objetivo de diseñar un controlador PID que se ajuste de manera óptima al sistema.

Figura 2.

Sistema Eléctrico de Potencia con Barra Única en Simulink Matlab sin Carga de Gran Perturbación



Nota: se omite la carga de gran perturbación ya que el estudio para el apartado es de estabilidad permanente. Elaboración propia.

A partir del estudio de la primera sección de este libro, correspondiente al estudio de la máquina síncrona, es posible obtener el modelo (0,0) para el generador utilizado en este análisis (véase [Figura 10](#)). Con el fin de simplificar cálculos. A continuación, se presenta el procedimiento.

De la matriz de impedancias dco [véase ecuación 8](#) se obtienen las impedancias en el eje directo y eje en cuadratura, la componente en el eje cero es nula ya que se considera un sistema balanceado. Para los datos de impedancias del sistema [véase tabla 2](#).

Valores base de impedancia e inductancia para el generador síncrono

$$Z_{sb} = \frac{(11K)^2}{100M} = 1.21 \Omega$$

$$L_{sb} = \frac{1.21}{120\pi} = 0.00321$$

Cálculo de inducia e impedancia síncrona para el generador síncrono

$$L_d = (1.19)(0.00321) = 0.00382 H$$

$$L_q = (0.36)(0.00321) = 0.001156 H$$

$$R_s = (2.85 \times 10^{-3})(1.21) = 3.45 \text{ m}\Omega$$

Sistema de ecuaciones de relación de inductancias dco y síncronas para el estator del generador síncrono.

$$0.00382 = L_s + M_s + \frac{3L_m}{2}$$

$$0.001156 = L_s + M_s - \frac{3L_m}{2}$$

$$0 = L_s - 2M_s$$

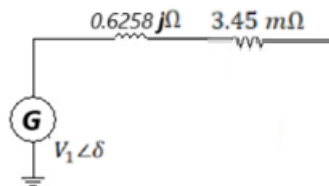
$$L_s = 1.66 \text{ mH}$$

$$X_s = (120\pi)(1.66\text{m}) = 0.6258 \Omega$$

El modelo (0,0) para el generador síncrono se presenta a continuación:

Figura 3.

Modelo (0,0) para el Generador Síncrono en Estudio

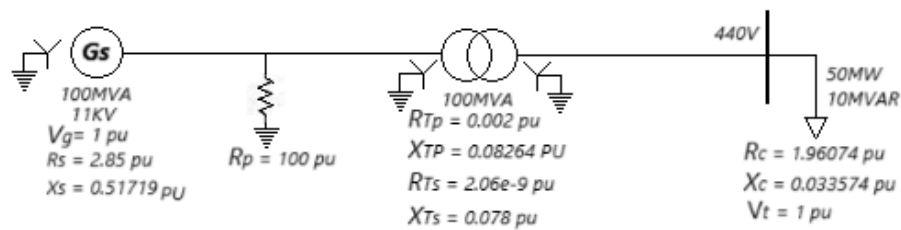


Nota: se omite los devanados en el rotor ya que no son necesarios en el modelo (0,0). Elaboración propia.

A continuación, figura tt se observa el equivalente y sus valores PU, para el sistema en estudio. (véase figura 10) en PU.

Figura 4.

Representación en PU del Sistema de Potencia en Estudio



Nota: los valores descritos en PU corresponden con sus valores bases de zona. Elaboración propia.

Aplicando análisis de circuitos se obtiene la potencia eléctrica entregada por el generador, la cual en PU corresponde al torque electromagnético entregado por la maquina síncrona.

$$V_g = 1.07 \angle 19.19^\circ \text{ pu}$$

$$X_T = 0.678$$

La potencia eléctrica en un sistema de potencia está determinada por el comportamiento del ángulo de par (δ) y la reactancia equivalente del sistema. A continuación, en la ecuación 20. Representa la relación de potencia correspondiente a un sistema eléctrico de potencia.

Ecuación 7.

Relación de Potencia Para un Sistema de Potencia

$$P = \frac{V_g V_t}{X_T} \text{sen}(\delta)$$

Basando en la ecuación anterior ecuación 20, obtenemos la potencia eléctrica en PU que corresponde al torque electromagnético en PU.

$$P = \tau_e = \frac{(1.07)(1)}{0.678} \text{sen}(\delta) = 1.57817 \text{sen}(\delta) \text{ pu}$$

En los principios del capítulo tres se habló de la linealización de un sistema de potencia y las consecuencias (pequeña señal). A continuación, se obtendrán las ecuaciones de par electromagnético (véase ecuación 20) y ecuación de oscilación en PU. (véase ecuación 12), linealizadas.

$$\Delta \tau_e = \frac{\partial}{\partial \delta} (1.57817 \text{sen}(\delta)) \Delta \delta$$

$$\Delta \tau_e = 1.57817 \cos(\delta) \Delta \delta$$

Por linealización de Taylor se sabe que $\cos(\delta) = 0$ entonces:

$$\Delta \tau_e = 1.57817 \Delta \delta$$

Recordando el principio de este capítulo ecuación 14, es posible obtenemos el par sincronizante

$$k_s = 1.57817.$$

Buscando ajustar el sistema para obtener una relación de amortiguamiento “ ζ ” igual 0.3 podemos obtener el coeficiente de par amortiguante, el cual ya se describió en este capítulo (véase ecuación 14).

$$k_d = 4\zeta \sqrt{\frac{w_s H p_{max}}{2}} = 4(0.3) \sqrt{\frac{(1)(1.5)(1.57817)}{2}} = 1.30554 \text{ pu}$$

Rescribiendo y linealizando la ecuación de oscilación en PU. Ecuacion12.

$$\frac{d\Delta\omega}{dt} = \frac{1}{3} (\Delta\tau_m - 1.57817\Delta\delta - 1.30554\Delta\omega)$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \Delta\omega$$

En el numeral 3.2 ecuación 15 se habló de cómo obtener un modelo en espacios de estados. A continuación, se ilustra el espacio de estados para el sistema en estudio (véase figura 10), también se obtendrá sus valores propios.

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\omega} \\ \Delta\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.433 & -0.526 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.333 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\tau_m$$

Obteniendo valores propios:

$$\det \left(\begin{bmatrix} -0.433 & -0.526 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) = 0$$

Desarrollando la ecuación matricial obtenemos los valores propios correspondientes al sistema de estudio (véase figura 10), nótese que se obtiene una ecuación característica típica de un sistema de segundo orden, lo que permite ya obtener la solución del sistema sin necesidad de hacer uso de la combinación lineal de exponenciales complejas. *Nota:* no siempre es posible obtener el sistema de este modo todo dependerá de la cantidad de variables de estado del sistema.

$$\lambda^2 + 0.433\lambda + 0.526 = 0$$

A partir de la ecuación podemos obtener los parámetros básicos de un sistema de segundo orden.

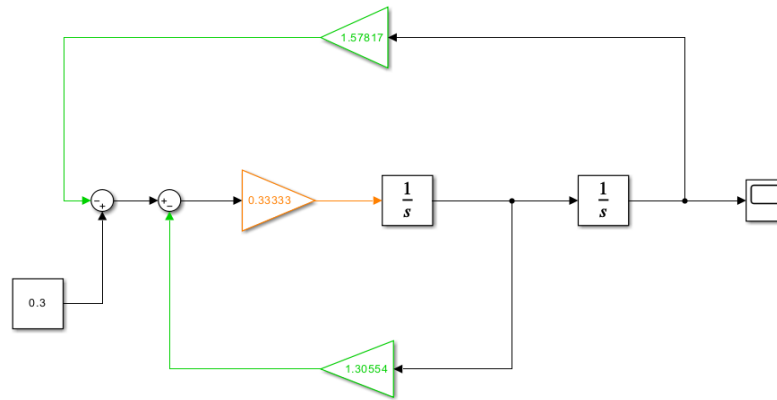
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_s \omega_0}{2H}} = \sqrt{\frac{(1.57817)(1)}{2(3)}} = 0.7253 \text{ pu}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{k_d}{\sqrt{2k_s H \omega_0}} = \frac{1}{2} \frac{1.30554}{\sqrt{2(1.57817)(3)(1)}} = 0.3$$

Con los datos anteriores es posible realizar una simulación mediante diagrama de bloques que represente la dinámica del sistema eléctrico de potencia considerando perturbaciones pequeñas. Para esto nos apoyaremos en el software de Matlab en el entorno Simulink.

Figura 5.

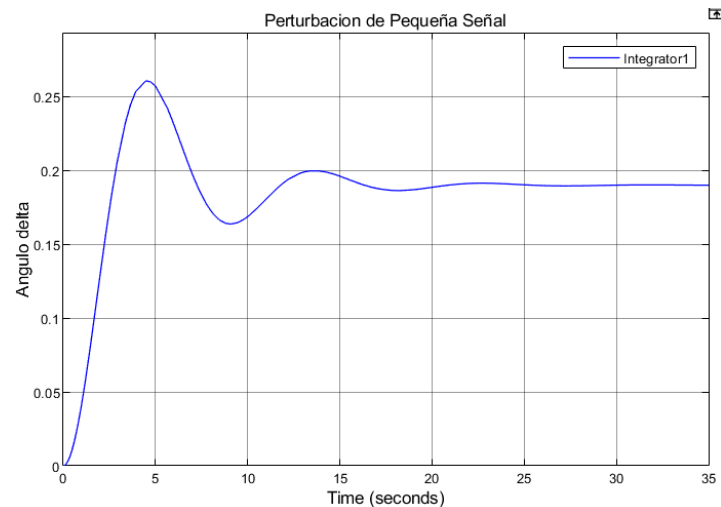
Modelo de Bloques para el Sistema de Potencia en Estudio



Nota: para efectos de la simulación se introdujo una perturbación de torque de 0.3 PU. Elaboración propia.

Figura 6.

Variación de Angulo del Par a Causa de Perturbaciones de Pequeña Señal

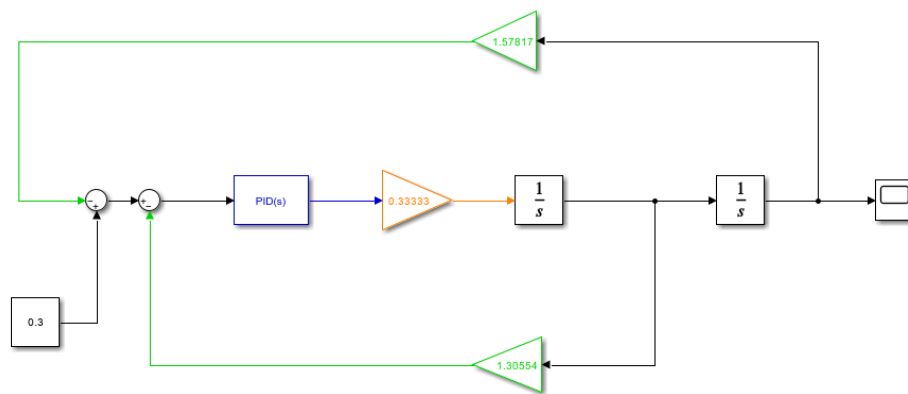


Nota: La grafica es típica de un sistema amortiguado de segundo orden, donde se evidencia la tendencia a la estabilidad del ángulo del par después del torque de perturbación de pequeña señal. Elaboración propia.

A continuación, se procederá a la Implementación de un controlador PID para el sistema de potencia en estudio. El controlador PID ya viene por defecto en el Simulink del entorno de Matlab, al igual la opción de configuración optima “tune”. En la figura 16 se evidencia el cambio al emplear el controlador PID.

Figura 7.

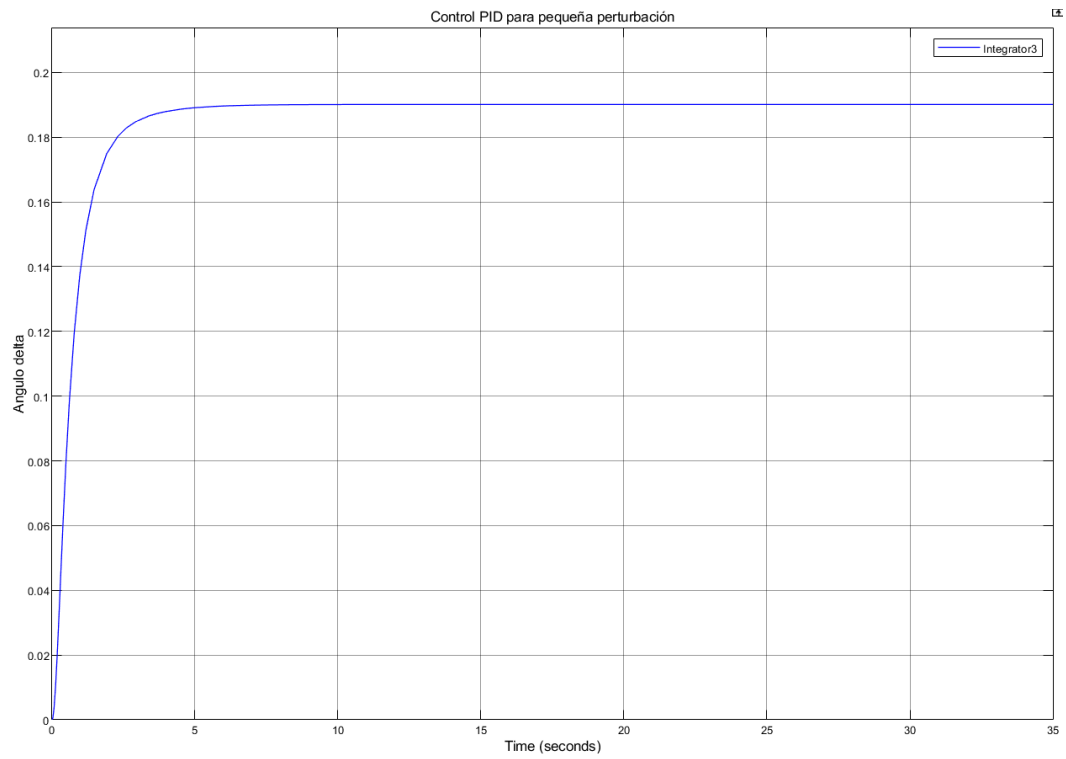
Modelo Dinámico con la Implementación de un Controlador PID



Nota: La sintonización del controlador se hizo a través del mismo software “Auto tune”. Elaboración propia.

Figura 8.

Grafica para el Sistema de Estudio con la Implementación de un Controlador PID



Nota: Se puede observar el cambio drástico en el control de oscilaciones del Angulo de potencia al haber una perturbación, después de agregar el controlador PID. Elaboración propia.